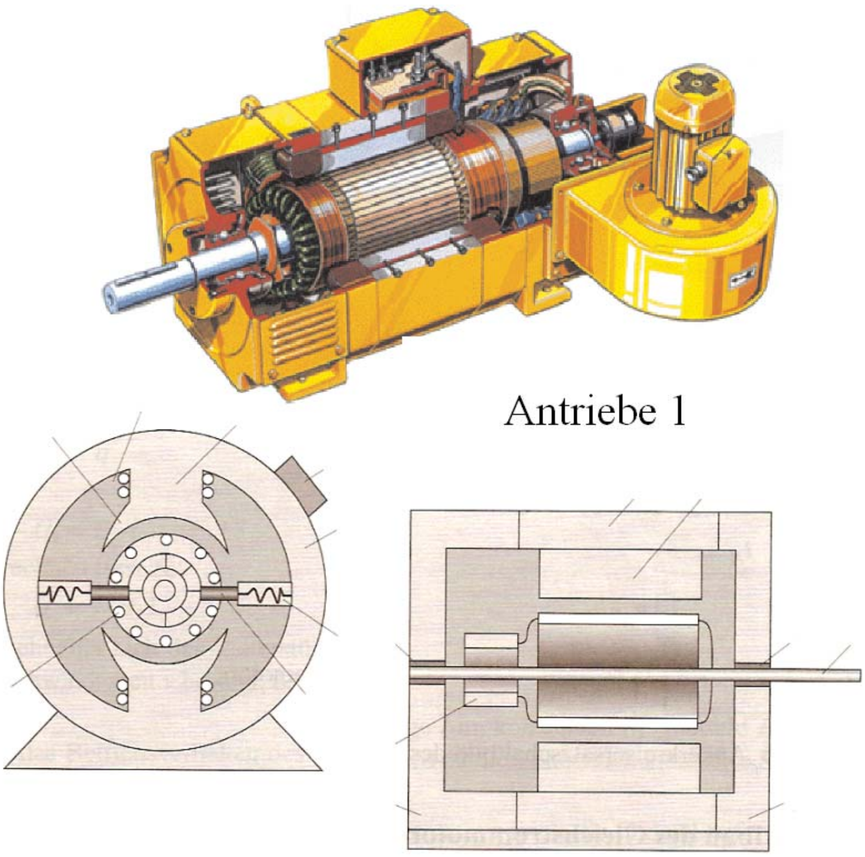
Hochschule Heilbronn
Technik • Wirtschaft • Informatik
Heilbronn University

Formelsammlung zu Antriebe I



Verfasserin: Olga Klepan
Studiengang: Mechatronik und Mikrosystemtechnik
Hochschule Heilbronn

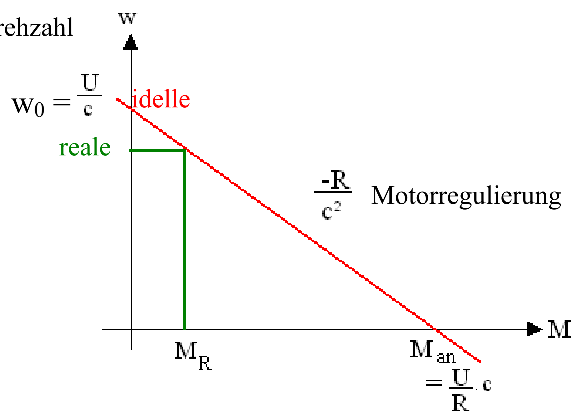
Gleichstrommaschine

	Differentialgleichungen	Laplace- Transformierte
Maschengleichung für Ankerkreis:	$U = i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt} + U_{ind}$	$U(s) = R \cdot i(s) + L \cdot s \cdot i(s) + c \cdot \omega(s)$ $\quad \frac{v(s)}{r}$
1. Fundamentalsatz:	$U_{ind} = c \cdot \omega$	$U_{ind}(s) = c \cdot \omega(s)$
2. Fundamentalsatz:	$M_i = c \cdot i$	$M_i(s) = c \cdot i(s)$
Drallsatz:	$J \cdot \dot{\omega} = M_i - M_L$	$J \cdot s \cdot \omega(s) = M_i(s) - M_L(s)$

Bei Moment =0: $\quad w_0 = \frac{U}{c}$ $\qquad$ Steigung der Kennlinie $\quad m = -\frac{R}{c^2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta M}$

Bei Anlauf $\quad M_{an} = \frac{U}{R} \cdot c$

Leerlaufdrehzahl



stationäre Kennlinie $\quad \boxed{\omega(M) = \frac{U}{c} - \frac{R}{c^2} \cdot M}$

aus $U = c \cdot w + \frac{R}{c} \cdot M_{an}$

M_i	inneres Moment	
M_L	Lastmoment	
M_R	Reibmoment	
M_w	Moment an Motorwelle	
M_{an}	Anlaufmoment	
R/c²	Motorregulierung	
w	Drehzahl	w = 2π n
c	Motorkonstante	
U/c	ideelle Leerlaufdrehzahl	
J	Trägheitsmoment	kg m²

Moment an Motorwelle

$$\boxed{M_w = M_i - M_R}$$

$$w = \frac{v}{r} \ , \ x = \varphi \cdot r$$

Zeitkonstanten: $T_m > 4T_e$

Elektrische $\quad T_e = \frac{L}{R}$

Mechanische $\quad T_m = \frac{JR}{c^2}$

Trägheitsmomente:

$$J_{ers} = J_{Rotor} + J_{Scheibe} = J_R + m \cdot r^2$$

Der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{P_{mech}}{P_{el}} = \frac{M \cdot w}{U \cdot i}$$

$$\eta = \frac{M_{Welle} \cdot \omega}{U \cdot i} = \left(1 - \frac{M_R}{M}\right) \cdot \left(1 - \frac{M}{M_{an}}\right)$$ $M = M_i$ $$M_w = M_i - M_R$$

Maximum:

$$\eta_{max} = \left(1 - \sqrt{\frac{M_R}{M_{an}}}\right)^2$$ Wird erreicht, wenn $M = \sqrt{M_R \cdot M_{an}}$ ist

Die Übertragungsfunktion

$$G = \frac{\omega}{U} = \frac{c}{c^2 + s \cdot J \cdot r + s^2 \cdot J \cdot l}$$

$$G = \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{\frac{J \cdot l}{c^2} \cdot s^2 + \frac{J \cdot R}{c^2} \cdot s + 1}$$

$$G = \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{T_m \cdot T_e \cdot s^2 + T_m \cdot s + 1} \approx \frac{1}{(T_m \cdot s + 1)(T_e \cdot s + 1)}$$

$$G = \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{\frac{J \cdot L}{c^2} \cdot s^2 + \frac{J \cdot R}{c^2} \cdot s + 1}$$

mit $\boxed{\frac{R}{R}}$ erweitern

so entsteht die Vereinfachung

$$G = \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{T_m \cdot T_e \cdot s^2 + T_m \cdot s + 1}$$

Erste Vereinfachung

Der Einfluss des Lastenmomentes (Störübertragungsfunktion)

$$G_{\omega, M_l(s)} = \frac{\omega(s)}{M_l(s)}\bigg|_{U=0} = \frac{R + L \cdot s}{c^2 \left(T_e \cdot T_m \cdot s^2 + T_m \cdot s + 1\right)}$$ mit $T_m > 4\ T_e$:

Zweite Vereinfachung

Wenn Te << Tm

Dann kann $\boxed{\frac{k}{T_e \cdot s + 1}}$ durch $\boxed{k}$ ersetzt werden

Elektromagnetismus

1. Durchflutung $\oint H \cdot dl = \sum_k i_k$

2. Flusserhaltung $\Phi = A_i \cdot B_i = \text{const.} \quad \text{für} \quad i = 1,2..5 \quad = A_L \cdot B_L$

3. Materialgesetze

$B_L = \mu_0 \cdot H_L$ Luft

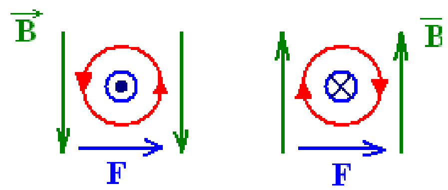
$B_e = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H_e$ Eisen

$B_m = B_R + \mu_m \cdot H_m$ Entmagnetisierungskennlinie

$B_m = B_0 + \mu_m \cdot H_m$

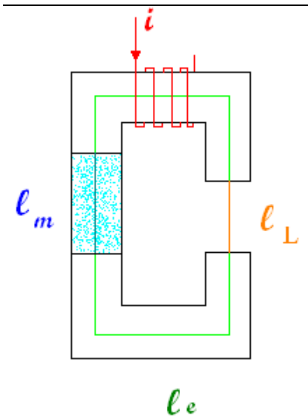
4. Kraftwirkung $F = B \cdot i \cdot l \;\text{ mit }\; l = b \cdot w$

(Maxwellsche Zugkraftformel) $\left(F = \dfrac{B^2 \cdot A}{2\mu_0} \right)$



Der Widerstand, der „Strom“, die „Spannung“

$R_M = \dfrac{l}{A \cdot \mu}$ $\quad B = \dfrac{\Phi}{A}$ $\quad \Theta = w \cdot i$ $\quad \Theta_{\text{Permanentmagnet}} = \dfrac{B_R \cdot l}{\mu}$

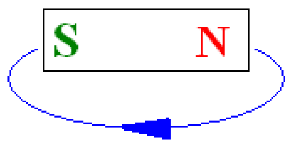


1. $\cancel{H_e \cdot l_e} + H_m \cdot l_m + H_L \cdot l_L = w \cdot i$
2. $\Phi = B_m \cdot A_m = B_e \cdot A_e = A_L \cdot B_L = \text{const.}$

$H_e \cdot l_e$:gegenüber den restlichen Termen vernachlässigbar

$$U_{ind} = B \cdot v \cdot l \quad \text{mit } w = \frac{v}{r} \text{ und } v = r \cdot w$$
$$U_{ind} = B \cdot l \cdot r \cdot w = c \cdot w$$

H	Feldstärke	[H] = A/m	
B	Flussdichte, magn.Induktion	[B] = Vs/m² = T	
BL	Luftspaltinduktion		
Φ	magn. Fluss	[Φ] = Vs	$\Phi = \theta/R_m$
v	magn. Spannung	[v] = V	
R_m	magn. Widerstand	$[R_m]$ = A/Vs	
μ	Permeabilität	$[\mu_0]$ = Vs/Am	$\mu_0 = 2\pi \cdot 10^7$
ψ	verketteter Fluss	[ψ] = Vs	$\psi = \Phi \cdot w$
θ	Durchflutung	[θ] = A	$\theta = i \cdot w$
w	Anzahl der Wicklungen	-	



Feldlinien laufen bevorzugt durch Weicheisen.

Zweisträngige Drehfeldmaschine

$$B=\frac{1}{2}\cdot e^{j\cdot\alpha}\cdot\left[\left(B_{01}+B_{02}\cdot e^{j(\varepsilon-\varphi)}\right)\cdot e^{-j\omega t}+\left(B_{01}+B_{02}\cdot e^{j(\varepsilon+\varphi)}\right)\cdot e^{j\omega t}\right]=B=\frac{1}{2}\cdot e^{j\cdot\alpha}\cdot\left[B_g\cdot e^{-j\omega t}+B_n\cdot e^{j\omega t}\right]$$

Stränge um 90° versetzen und Phasen um 90° verschieben.

$$\boxed{R_a=U^2\cdot\frac{\Delta M}{\Delta\omega}\cdot\frac{1}{M_{an}^2}} \qquad \boxed{c=\frac{U\cdot\Delta M}{M_{an}\cdot\Delta\omega}} \qquad \boxed{\omega_{M=0}=M_{an}\cdot\frac{\Delta\omega}{\Delta M}}$$

Asynchronmaschine

Die elektrische Leistung: $P_{el}=n_{\text{Stränge}}\cdot U\cdot I\cdot\cos(\varphi)$

Der Schlupf $S=\frac{n_s-n_{\text{Maschine}}}{n_s}$

Die Kupferverluste $\boxed{V_{Cu2}=s\cdot P_D}$

Die mechanische Leistung $P_{mech}=P_D-V_{Cu}=(1-s)\cdot P_D \quad ; \quad P_D=n_1\cdot U_{1h}\cdot I_1\cdot\cos\varphi$

Das innere Moment $M_i=\frac{P_{Netz}-n_i\cdot I_i^2\cdot R_i}{2\cdot\pi\cdot f_s}$ $\boxed{M_i=\frac{P_D}{\omega_s}}$ $M_i=\frac{P_n-n_i\cdot I_i^2\cdot R_i-V_{Fe}}{2\cdot\pi\cdot f_i}\cdot p$

Heyland-Kreis-Konstruktion (Ortskurve des Ständerstromes)

Kreiskonstruktion

- Lage dreier Punkte auf dem Kreis notwendig
- Zugehörige Schlupftwerte sind :

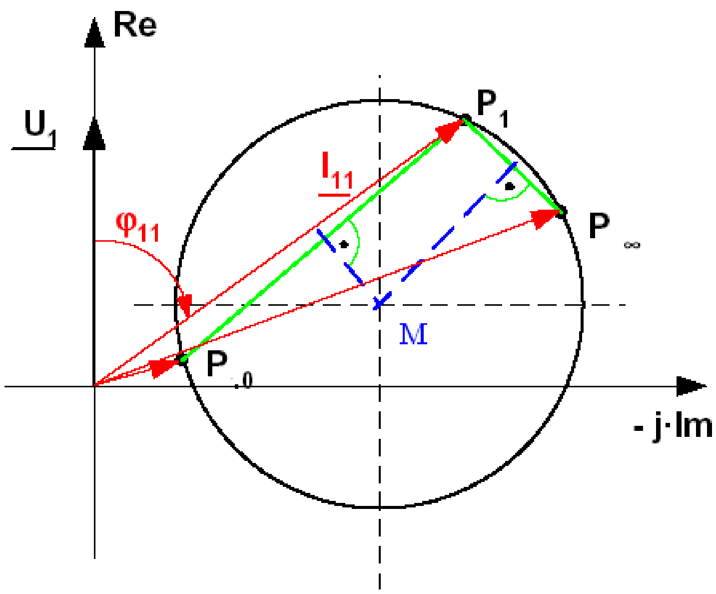
s = 0: ideeller Leerlauf s = 1 : Stillstehende Maschine (Kurzschlussstrom) s = ∞: physikalisch unmöglich

Berechnung des Heylandkreises

$$\underline{I}_1\left(s_{chlupf}\right)=\underline{U}\cdot\frac{R'_2}{R_1\cdot R'_2+j\cdot\left(R'_2+X_1\right)}$$

Stromortskurve mit Stromzeiger:

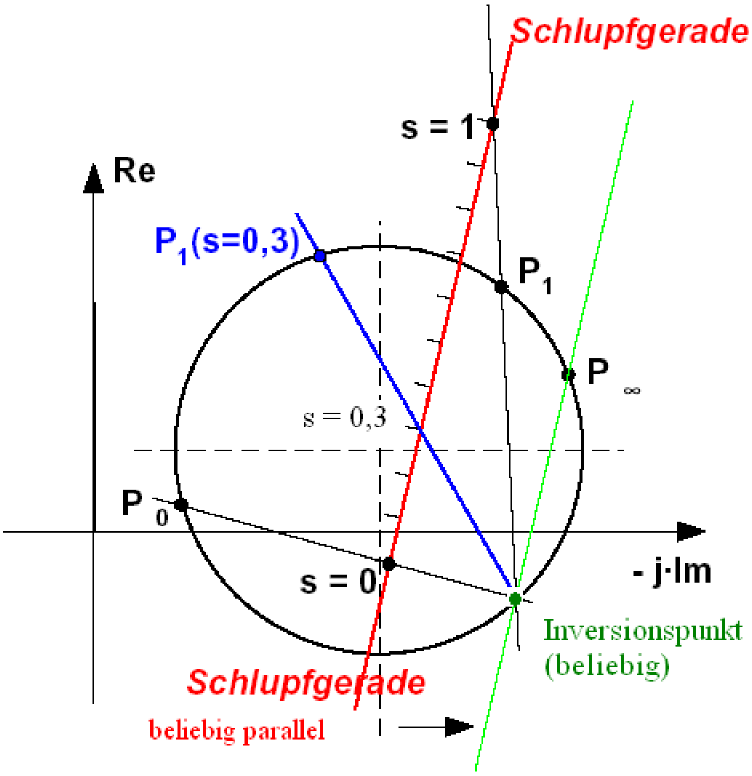
Konstruktion des Kreismittelpunktes:



Punkte $\overline{P_1 P_0}$ und $\overline{P_1 P_\infty}$ verbinden

Mittelsenkrechte bilden --> Kreismittelpunkt M

Konstruktion der Schlupfgerade:



$\boxed{1.}$ beliebiger Inversionspunkt auf dem Kreis

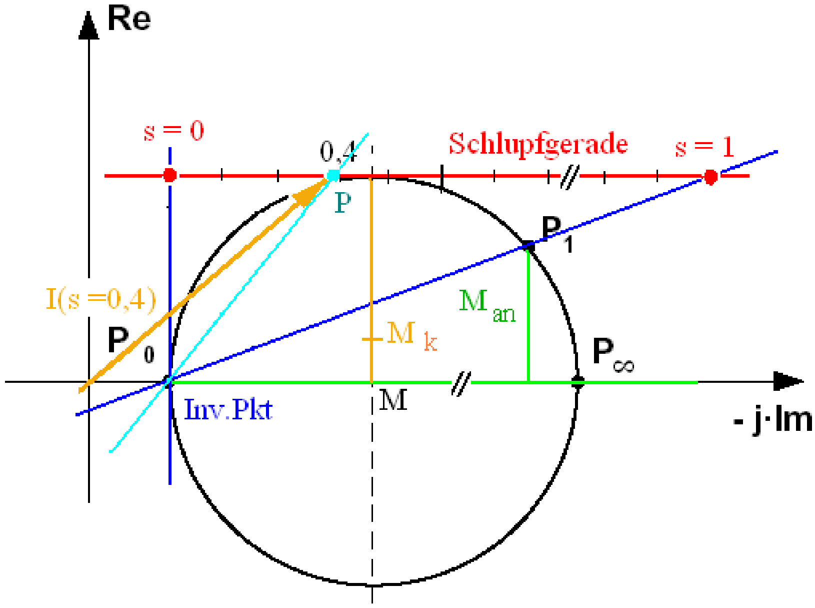
$\boxed{2.}$ Gerade durch Inv.Pkt und P_∞

$\boxed{3.}$ Schlupfgerade ist beliebig parallel zu $\overline{\text{Inv.Pkt}-P_\infty}$

$\boxed{4.}$ Unterteilung der Schlupfgrade

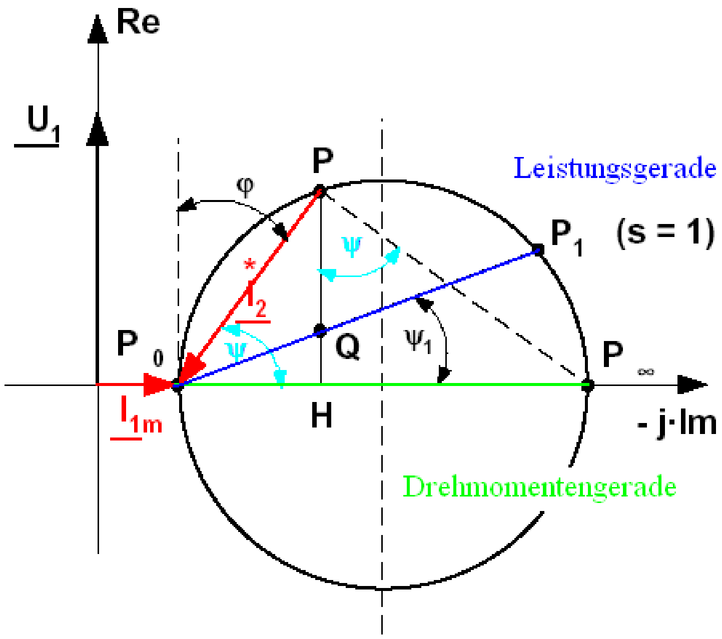
$s = 0$: Schnittpunkt mit Gerade Inv.Pkt − P0

$s = 1$: Schnittpunkt mit Gerade Inv.Pkt − P1 bei $\boxed{R_1 = 0}$: liegt der Kreismittelpunkt auf der Imaginärachse



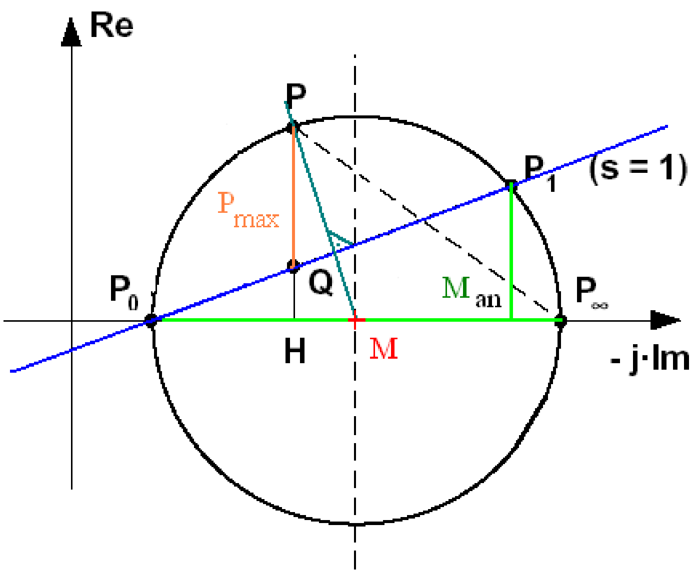
1. Verbindung $\overline{P_0 P_\infty}$
2. Schlupfgerade ist parallel zu $\overline{P_0 P_\infty}$
3. Schnittpunkt $\overline{P_0 P_1}$ mit Schlupfgerade $\longrightarrow$ $s = 1$
4. Schnittpunkt $\overline{P_0 \text{InvPkt}}$ mit Schlupfgerade $\longrightarrow$ $s = 0$
5. Strom vom Ursprung bis P (s =0,4)
6. Anlaufmoment senkrecht bei s =1
7. Mippmoment M_k senkrecht bei Kreismittelpunkt M

Leistungs- und Drehmomentengerade bei $R_1 = 0$:



Vereinfachtes Kreisdiagramm für $R_1 = 0$ mit der Drehmomenten-geraden $\overline{P_0P_\infty}$ und der Leistungsgeraden $\overline{P_0P_1}$

Bestimmung der max. Leistung:



Leistungsgerade
$\overline{PQ}$ - Maß für Leistung

Momentengerade
$\overline{PH}$ - Maß für inneres Moment

1. Senkrechte auf Leistungsgerade durch M
2. Schnittpunkt mit Kreis → P_{max} runter loten

Asynchronmaschine

Mechanische Leistung $\boxed{P_{mech} = (1-s)\cdot P_D}$ mit $\boxed{P_D = m_1 \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi}$

$\boxed{P_{mech} = M \cdot \omega}$ Strangzahl: $m_1 = 3$

Leistungsfaktor $\boxed{\cos\varphi = \frac{P_D}{m_1 \cdot U \cdot I}}$

Kreisfrequenz $\boxed{\omega = 2\pi \cdot (1-s)\cdot n_s}$ $\omega = 2\pi \cdot n$

Drehzahl $\boxed{n = (1-s)\cdot n_s}$ mit $s = 1 - \frac{n}{n_s}$ $n = \frac{\omega}{2\pi}$

Wirkungsgrad $\boxed{\eta = \frac{P_{mech}}{P_D} = (1-s)}$

Polpaarzahl

Polpaarzahl p	n_s in 1/min
1	3000
2	1500
3	1000
4	750

Allgemein:
$n_s = \frac{3000}{p}$ $in\ \frac{1}{\min = 60s}$

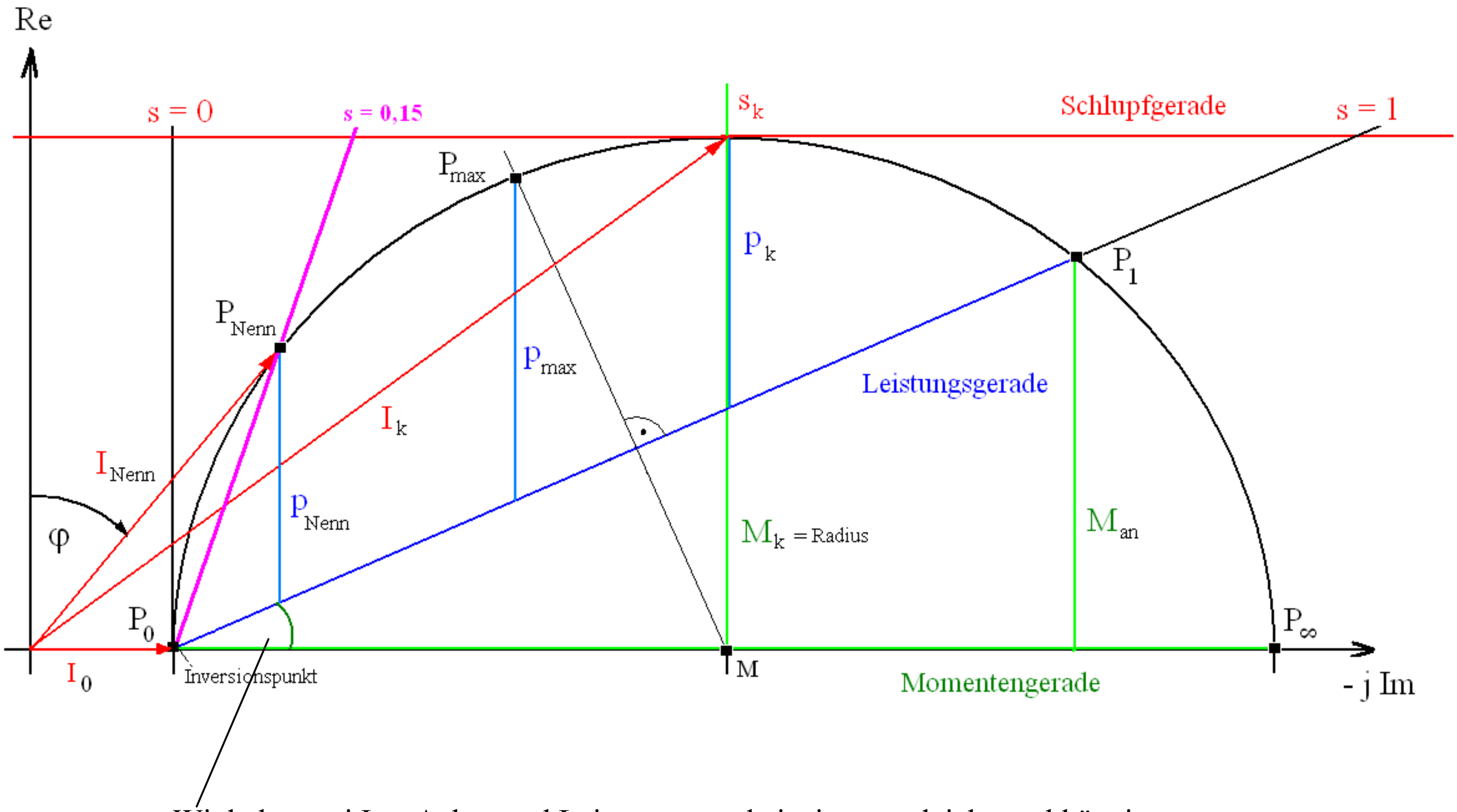
Bei f = 50 Hz ist $n_s = \frac{f}{p}$

Annahme: Auf der Primärseite gibt es keine Verluste, somit gilt: $\boxed{P_{Netz} = P_D}$

Totale Streuung: $\vartheta = \frac{x_m - R}{x_m + R}$ aus $x_m = R \cdot \frac{1+\vartheta}{1-\vartheta}$ (Skript 3.34.c)

Konstruktionsbeschreibung:

- Statorwiderstand R_1 wird vernachlässigt → $\boxed{R_1 = 0}$ →Kreismittelpunkt auf Imaginärachse
- Koordinaten von M und Kreisradius gegeben, wobei Halbkreis genügt
- P_0 = Inversionspunkt und $P\infty$ am Kreis auf Imaginärachse
- Schlupfgerade als Tangente an den Kreis parallel zur Imaginärachse
- Bei P_0 senkrecht hoch, Schnittpunkt mit Schlupfgerade → s = 0
- M_k = Kreisradius, über Verhältnis $\frac{M_{an}}{M_{kipp}} = 0{,}87$ kann man M_{an} =0,87* r einzeichnen
- Schnittpunkt M_{an} mit Kreis → P_1
- Verlängerung der Geraden $\overline{P_0}\overline{P_1}$ bis zur Schlupfgeraden → s = 1
- Schlupfgerade kann jetzt unterteilt und s abgelesen werden
- Konstruktion P_{max}: Senkrechte zur Leistungsgerade $\overline{P_0}\overline{P_1}$ durch Kreismittelpunkt und auf Leistungsgerade runterloten
- Ströme immer vom Ursprung aus



- Winkel zw. –j Im- Achse und Leistungsgerade ist immer gleich, unabhängig vom Kreisradius
- Wenn der Nennbetriebspunkt bei max. Leistungsfaktor cosφ (kleinster Winkel) ist → Tangente an den Kreis durch den Ursprung